

参考書

現代制御論：吉川恒夫、井村順一、昭晃堂、3700 円、ISBN 4-7856-9049-6、1994

入門現代制御理論：白石昌武、日刊工業新聞社、2700 円、ISBN 4-526-03690-0、1995

1. 古典制御と現代制御

(学習内容)

- ・古典制御理論と現代制御理論の特徴
- ・古典制御の復習を行う

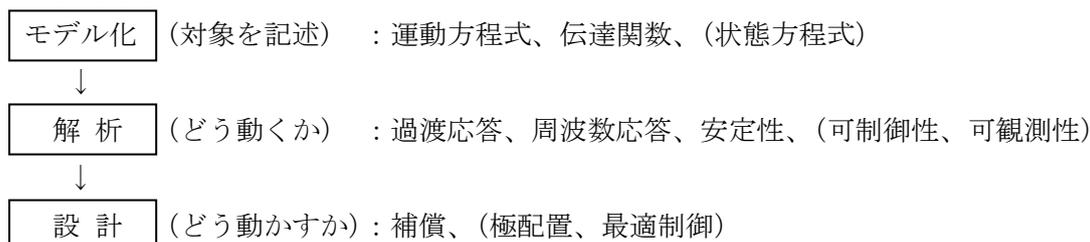
1.1 自動制御とは

制御：ある目的に適合するように対象に所要の操作を加えること

自動制御：制御装置によって自動的に行う制御

例) コタツの温度を適温に保つ 人間によるスイッチ操作 → パイメタルによる温度調節
カーブに合わせて自動車のハンドルを操作 → 自動化

制御系の設計手順



制御の歴史

1788 年 Watt の遠心调速機

(フィードバック制御により蒸気機関の回転速度を一定に保つ)

～1960 年 古典制御： 伝達関数の概念を用いた周波数領域における制御法

1960～1980 年 現代制御： 状態変数の概念を用いた時間領域における制御法

1980～2000 年 ロバスト制御： H_∞ 制御 モデル化の誤差等の制御対象の不確かさに対処
古典制御と現代制御の融合

1.2 古典制御理論と現代制御理論

古典制御と現代制御の比較

古典制御	現代制御
伝達関数	状態方程式
入出力による解析	内部状態を考慮した解析
周波数領域	時間領域

一入力一出力	多入力多出力
時不変線形システム	(時変システム、非線形システム)
試行錯誤的な制御系の設計	評価関数による設計

現代制御：より複雑で多様な制御対象に対し、より厳密な解析、設計を行う

1.3 古典制御理論の復習

(1) ラプラス変換

時間関数 $f(t)$ に対し $F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ で定義

・代表的なラプラス変換

時間関数 $f(t)$	ラプラス変換 $F(s)$	
$\delta(t)$	1	(デルタ関数)
$u(t)=1$	$\frac{1}{s}$	(ステップ関数)
t	$\frac{1}{s^2}$	(ランプ関数)
e^{-at}	$\frac{1}{a+s}$	
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	

(例) $f(t)=u(t)$ の場合

$$\int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \left[-\frac{1}{s}e^{-st}\right]_0^{\infty} = -\frac{1}{s}(0-1) = \frac{1}{s}$$

・ラプラス変換の基本的性質

性質	$f(t)$	$F(s)$
線形性	$f_1(t) + f_2(t)$	$F_1(s) + F_2(s)$
微分	$\frac{df(t)}{dt}$	$sF(s) - f(0)$
積分	$\int f(t) dt$	$\frac{F(s)}{s}$
最終値の定理	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$
初期値の定理	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$
推移	$e^{at} f(t)$	$F(s-a)$

合成(convolution)	$\int_0^t f_1(t-\tau) f_2(\tau) d\tau$	$F_1(s)F_2(s)$
-----------------	--	----------------

(例) 微分の場合

$$\int_0^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt = [f(t)e^{-st}]_0^{\infty} + s \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = -f(0) + sF(s)$$

(2) 伝達関数

・伝達関数=出力のラプラス変換/入力ラプラス変換

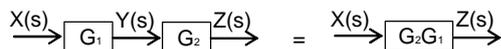
$$Y(s) = G(s)U(s) \quad G(s) : \text{伝達関数}$$

・ブロック線図

要素の結合、信号の伝達を表現

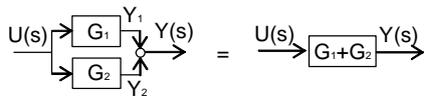
a) 直列結合

$$Y(s) = G_1(s)X(s) \quad Z(s) = G_2(s)Y(s) \quad \rightarrow \quad Z(s)/X(s) = G(s) = G_2(s)G_1(s)$$



b) 並列結合

$$Y_1(s) = G_1(s)U(s) \quad Y_2(s) = G_2(s)U(s) \quad Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s) \quad \rightarrow \quad Y(s)/U(s) = G(s) = G_1(s) + G_2(s)$$

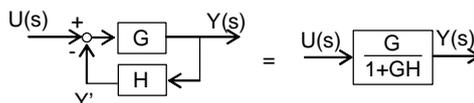


c) フィードバック結合

$$Y(s) = G(s)(U(s) - Y'(s)) \quad Y'(s) = H(s)Y(s) \quad \rightarrow \quad Y(s)/U(s) = W(s) = G(s)/(1 + G(s)H(s))$$

$W(s)$: 閉ループ伝達関数

$G(s)H(s)$: 一巡伝達関数



(3) 周波数伝達関数

周波数特性：いろいろな周波数の正弦波入力に対する出力の特性

伝達関数 $G(s)$ において $s = j\omega$ とおく $G(j\omega)$: 周波数伝達関数 \rightarrow 周波数特性を示す

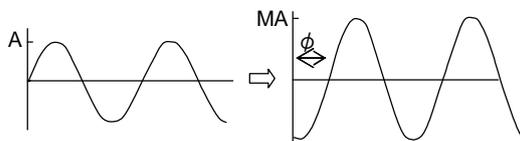
$G(j\omega)$ は複素数、 $G(j\omega) = Me^{j\phi}$ と表せる

$M = |G(j\omega)|$: ゲイン $\angle G(j\omega) = \phi$: 位相差 を示す

伝達関数 $G(s)$ の要素に正弦波 $u(t) = Ae^{j\omega t} = A(\cos \omega t + j\sin \omega t)$ を入力すると、

定常状態での出力は $x(t) = Ae^{j\omega t} \cdot G(j\omega) = MAe^{j(\omega t + \phi)}$ となる

振幅 M 倍、位相 ϕ ずれる

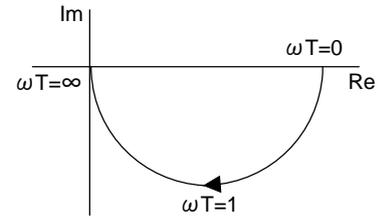


(4) ベクトル軌跡

ω を 0 から ∞ に変化させたときの $G(j\omega)$ を複素平面上に表したもの

(例) 1次遅れ要素

$$G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega T} = \frac{1}{1+\omega^2 T^2} - j \frac{\omega T}{1+\omega^2 T^2}$$



(5) ボード線図

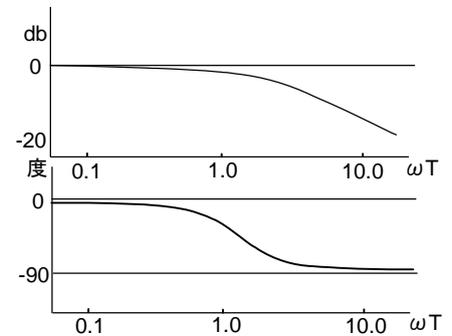
ゲイン曲線：周波数 ω に対するゲインの変化を示す $20\log_{10}|G(j\omega)|$ (db)

位相曲線：周波数 ω に対する位相差を示す $\angle G(j\omega)$ (度)

(例)

$$20\log|G(j\omega)| = 20\log \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} = -20\log \sqrt{1+\omega^2 T^2} = -10\log(1+\omega^2 T^2)$$

$$\angle G(j\omega) = \tan^{-1}(-\omega T)$$



(6) 補償

制御系の設計：安定性、速応性、定常性

ベクトル軌跡、ボード線図をもとに安定性等を考える

(例)

ナイキストの安定判別：一巡伝達関数のベクトル軌跡が $(-1, j \cdot 0)$ を常に左に見れば安定

ゲイン調整によりゲイン曲線を移動させる

位相余裕（ゲインが 0db のときの位相差の -180 度までの余裕：安定性の指標）を希望値にする

