

12. 直交表による実験計画

(学習内容)

- ・線点図の使い方を学ぶ
- ・直交表を用いた種々の実験計画法を学ぶ

12.1 わりつけ方法

(1) 付属表 …… 交互作用の現れる列を見つける

(2) 成分記号欄

2列間の交互作用は各列の成分記号の積を成分記号に持つ列に現れる。ただし積の結果2乗となる文字は値を1とする。

(例) $L_8(2^7)$ において3列 (ab) と6列 (bc) の交互作用は、5列 (ac) に現れる

$$ab \times bc = ab^2c = ac$$

(3) 線点図

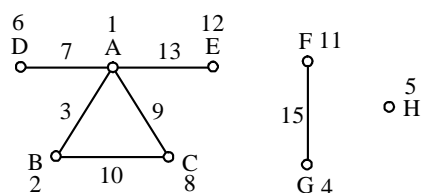
いろいろなわりつけ方法を幾つかの型に分類、整理した図

点、線が直交表の列を表し、2つの点を結ぶ線は交互作用を表す。

(例題)

2水準の因子 A, B, C, D, E, F, G, H を取り上げ、交互作用としては $A \times B, A \times C, A \times D, A \times E, B \times C, F \times G$ が考えられる。この実験を線点図を用いてわりつけよ。

→調べたい要因効果を因子を点、交互作用を線で表現し、 $L_{16}(2^{15})$ の線点図からこれを含むものを選ぶ。(3)a の線点図の数字に従って列をわりつける。



列番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
要因	A	B	A×B	G	H	D	A×D	C	A×C	B×C	F	E	A×E		F×G

12.2 4水準因子のわりつけ

A (4水準) B (2水準) C (2水準) の3因子を取り上げ、 $L_8(2^7)$ でわりつけを行う。

任意の2列を選び (1, 1) (1, 2) (2, 1) (2, 2) の4通りの数字に4水準 A_1, A_2, A_3, A_4 を対応させる。

2列の交互作用が現れる列には他の因子を割り当てない。

→3列使用して因子Aをわりつけることになる

		←--A--→			B		C		
No	列	1	2	3	4	5	6	7	
1		1	1	1	1	1	1	1	A ₁ B ₁ C ₁
2		1	1	1	2	2	2	2	A ₁ B ₂ C ₂
3		1	2	2	1	1	2	2	A ₂ B ₁ C ₂
4		1	2	2	2	2	1	1	A ₂ B ₂ C ₁
5		2	1	2	1	2	1	2	A ₃ B ₁ C ₂
6		2	1	2	2	1	2	1	A ₃ B ₂ C ₁
7		2	2	1	1	2	2	1	A ₄ B ₁ C ₁
8		2	2	1	2	1	1	2	A ₄ B ₂ C ₂

A₁~A₄の実験 : B₁B₂が1回ずつ、C₁C₂が1回ずつ B, Cの影響が平等

→ A, B, Cは互いに直交

分散分析

S_Aは1列、2列、3列の3つの列平方和の和に等しい

$$S_A = S_{(1)} + S_{(2)} + S_{(3)}$$

・4水準因子Aと2水準因子Bの交互作用A×Bがある場合

A×Bは、Aの3つの列それぞれとBの列の交互作用が出る3つの列に現れる

1, 2, 3列A、4列Bとすると、A×Bは5列(1列×4列)、6列(2列×4列)、7列(3列×4列)に現れる

5列、6列、7列はあけておく

$$S_{A \times B} = S_{(5)} + S_{(6)} + S_{(7)}$$

$$\phi_{A \times B} = \phi_{(5)} + \phi_{(6)} + \phi_{(7)} = 1 + 1 + 1 = 3$$

12.3 直交表による乱解法

全部の実験を均等な条件で行うことが困難な場合、ブロック因子を導入する。

L₈(2⁷)を用いた実験計画で、均等な条件で行える実験回数が4回である場合、2水準のブロック因子Rを導入

Rを直交表のあいている列にわりつける

		A			B		R	
No	列	1	2	3	4	5	6	7
1		1	1	1	1	1	1	1
2		1	1	1	2	2	2	2
3		1	2	2	1	1	2	2
4		1	2	2	2	2	1	1
5		2	1	2	1	2	1	2
6		2	1	2	2	1	2	1
7		2	2	1	1	2	2	1
8		2	2	1	2	1	1	2

第1ブロック : No. 1, No. 4, No. 6, No. 7

第2ブロック : No. 2, No. 3, No. 5, No. 8

ブロック間平方和 $S_R=S_{(7)}$

12.4 直交表による分割法

2水準の因子 A, B, C, D, E を取り上げ、因子間の交互作用は無いものとする。

1次因子 : A, B, C 2次因子 : D, E

とする分割実験を $L_8(2^7)$ を用いて計画する。

1列 A、2列 B、4列 C、6列 D、7列 E とすると

No. 1 : $A_1B_1C_1D_1E_1$ No. 2 : $A_1B_1C_2D_2E_2$ No. 3 : $A_1B_2C_1D_2E_2$ No. 4 : $A_1B_2C_2D_1E_1$

No. 5 : $A_2B_1C_1D_1E_2$ No. 6 : $A_2B_1C_2D_2E_1$ No. 7 : $A_2B_2C_1D_2E_1$ No. 8 : $A_2B_2C_2D_1E_2$

→ A, B, C の水準組合せが全てあり、分割法にならない

No	列	A			B		C		D		E	
		1	2	3	4	5	6	7	4	5	6	7
1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2		1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3		1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
4		1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
5		2	1	2	1	2	1	2	1	2	2	2
6		2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1
7		2	2	1	1	2	2	2	1	2	2	1
8		2	2	1	2	1	1	2	2	1	2	2
群番号		1			2		3					

群番号を利用してわりつけを行う

1群 2群は合併群として用いる

... 2次因子を最高次の群にわりつけ、1次因子を残った群にわりつける

1列 A、2列 B、3列 C、6列 D、7列 E とすると

No. 1 : $A_1B_1C_1D_1E_1$ No. 2 : $A_1B_1C_1D_2E_2$ No. 3 : $A_1B_2C_2D_2E_2$ No. 4 : $A_1B_2C_2D_1E_1$

No. 1 : $A_2B_1C_2D_1E_2$ No. 2 : $A_2B_1C_2D_2E_1$ No. 3 : $A_2B_2C_1D_2E_1$ No. 4 : $A_2B_2C_1D_1E_2$

$A_1B_1C_1$ -----> D_1E_1 | D_2E_2

$A_1B_2C_2$ -----> D_1E_1 | D_2E_2

$A_2B_1C_2$ -----> D_1E_2 | D_2E_1

$A_2B_2C_1$ -----> D_1E_2 | D_2E_1

分割法になる

交互作用がある場合

どの列に因子をわりつけるかで交互作用がでる群が異なる

因子を群に対応させる際に交互作用をどの群に出すかを決める

- ・ 同じ群に属する 2 つの列の交互作用は、その群より低次の群にでる
- ・ 異なった群に属する 2 つの列の交互作用は、2 つの群のうち高次の群にでる

誤差 e_1 , e_2 は各群の未使用の列になる → 誤差の列が残るようにわりつけを考える

(例題)

2 水準の因子 A, B, C, D, E, F, G を取り上げ、交互作用として $A \times E$, $C \times F$, $F \times G$ を考える

1 次因子 : A, B 2 次因子 : C, D 3 次因子 : E, F, G

とする分割実験を $L_{16}(2^{15})$ を用いて計画する

列番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
要因	A	B		C	D		F×G	E	A×E		F	G			C×F
群番号	第 1, 2 群			第 3 群				第 4 群							

3 次因子 : 第 4 群

2 次因子 : 第 3 群

1 次因子 : 第 1, 2 群

$A \times E \rightarrow$ 第 4 群

$C \times F \rightarrow$ 第 4 群

$F \times G \rightarrow$ 第 1 群、第 2 群、第 3 群

第 1, 2 群に $F \times G$ を出してしまうと 1 次誤差の評価ができなくなる。第 3 群に出す

分散分析表

要因	平方和 S	自由度 ϕ	平均平方 V	F_0
A	$S_A = S_{(1)}$	$\phi_A = 1$	V_A	V_A / V_{e1}
B	$S_B = S_{(2)}$	$\phi_B = 1$	V_B	V_B / V_{e1}
e_1	$S_{e1} = S_{(3)}$	$\phi_{e1} = 1$	V_{e1}	V_{e1} / V_{e2}
C	$S_C = S_{(4)}$	$\phi_C = 1$	V_C	V_C / V_{e2}
D	$S_D = S_{(5)}$	$\phi_D = 1$	V_D	V_D / V_{e2}
F×G	$S_{F \times G} = S_{(7)}$	$\phi_{F \times G} = 1$	$V_{F \times G}$	$V_{F \times G} / V_{e2}$
e_2	$S_{e2} = S_{(6)}$	$\phi_{e2} = 1$	V_{e2}	V_{e2} / V_{e3}
E	$S_E = S_{(8)}$	$\phi_E = 1$	V_E	V_E / V_{e3}
F	$S_F = S_{(11)}$	$\phi_F = 1$	V_F	V_F / V_{e3}
G	$S_G = S_{(12)}$	$\phi_G = 1$	V_G	V_G / V_{e3}
$A \times E$	$S_{A \times E} = S_{(9)}$	$\phi_{A \times E} = 1$	$V_{A \times E}$	$V_{A \times E} / V_{e3}$
$C \times F$	$S_{C \times F} = S_{(15)}$	$\phi_{C \times F} = 1$	$V_{C \times F}$	$V_{C \times F} / V_{e3}$
e_3	$S_{e3} = S_{(10)} + S_{(13)} + S_{(14)}$	$\phi_{e3} = 3$	V_{e3}	

計	S_T	$\phi_T=15$		
---	-------	-------------	--	--